

БЪЛГАРСКА АКАДЕМИЯ НА НАУКИТЕ
ИНСТИТУТ ЗА КОСМИЧЕСКИ ИЗСЛЕДВАНИЯ И ТЕХНОЛОГИИ

Александър Йосков Йосифов

А В Т О Р Е Ф Е Р А Т

НА

Д И С Е Р Т А Ц И Я

на тема "Квантово-коригирани черни дупки и кубити"

за получаване на образователна и научна степен "Доктор"

в професионално направление 4.1 Физически науки

© София, 2021

Дисертационният труд, базиран на 5 публикации в международни реферирани списания с импакт фактор (Advances in High Energy Physics, Universe и Electronic Journal of Theoretical Physics), е с обем от 129 страници и се състои от 7 глави, в това число 6 фигури. Броят на цитираните трудове е 165.

Глава 1

Въведение в дисертационния труд

Актуалност и произход на проблема

Основно предвиждане на Обща теория за относителността (ОТО), направено преди повече от век, е съществуването на черни дупки. Това предвиждане наскоро бе потвърдено с откриването на гравитационни вълни, отделени при сливане на черни дупки, от колаборациите LIGO-Virgo [1], както и с първото изображение на черна дупка, направено от телескопа Event Horizon [2]. Астрофизичните черни дупки се формират, когато в края на живота си звезди, няколко пъти по-масивни от Слънцето, колапсират, за да образуват пространствена сингулярност, прикрита от хоризонт на събитията. Черните дупки са навсякъде. Например, смята се, че свръхмасивните такива, с милиони пъти по-голяма маса от Слънцето, се намират в центъра на повечето големи галактики. На пръв поглед черните дупки изглеждат много прости обекти, единствено характеризирани от тяхната маса M , ъглов импулс J и заряд Q . Макар привидната им обикновеност, те обаче са много сложни обекти. Черните дупки осигуряват идеална среда, където при силен гравитационен режим, ОТО и квантовата механика (КМ) се сблъскват [3].

В началото на 70-те години се правят следните интересни наблюдения. Да предполо-

жим, че материя с някаква ненулева ентропия е хвърлена в черна дупка. Що се отнася до наблюдател извън черната дупка, това би довело до намаляне на ентропията на Вселената, което противоречи на Вторият закон на термодинамиката, който, просто казано, гласи, че ентропията не може да намалее. Очевидната лекота на нарушаване на Вторият закон кара Бекенщайн да формулира така наречения Обобщен втори закон, който предполага, че комбинираната ентропия на Вселената и черната дупка не може да намалее [4; 5]. Придаване на ненулева ентропия на черни дупки води до решаващото осъзнаване, че те не са просто пространствени (ентропийни) празнини, а по-скоро притежават микроструктура, което означава, че те трябва да имат ненулева температура. Значението на асоциирането на ненулева температура и ентропия на черните дупки води до следствието, че те трябва да излъчват радиация, за да стигнат до топлинно равновесие със средата си. Връзката между черните дупки и термодинамиката произтича от теоремата за площта, която потвърждава, че в рамките на класическата ОТО и при условие, че са налице общи (класически) енергийни условия, площта на хоризонта не може да намалее.

През 1974 г. Хокинг представи своите изчисления, показващи, че наистина черните дупки излъчват топлинна радиация [6]. Той разгледа полукласическия модел на класическа черна дупка, потопена в квантови полета. Благодарение на силното гравитационно поле на черната дупка се създават двойки частици-античастици в района, много близо до хоризонта. Партньорът с отрицателна енергия попада в черната дупка, като по този начин намалява масата ѝ, докато частицата с положителна енергия избягва към безкрайността. От гледна точка на асимптотичния наблюдател, черната дупка има топлинно излъчване. Знае се, че температурата на излъчените кванти е обратнопропорционална на масата на черната дупка, като за сравнение температурата на черна дупка със слънчева маса е $0,00000001$ К. Откриването на радиацията на Хокинг потвърди ентропийния характер на черните дупки и помогна да се установят техните термодинамични свойства. На пръв поглед класическият закон за площта

прилича на Вторият закон на термодинамиката. По-късно връзката бе твърдо установена от Бекенщайн. Също така беше установена аналогия и между гравитацията на повърхността на черната дупка и температурата на термодинамична система. Накрая бе формулирана е връзката между стъпаловидното намаляването на гравитацията и Третият закон на термодинамиката.

Осъзнаването, че черните дупки излъчват радиация все едно са черни тела с температура $T = 1/2\pi$, поставя дълбоки въпроси относно фундаменталния произход на тяхната ентропия и съдбата на попадаща в тях информация. Една възможност, подробно разгледана в литературата, е да се идентифицира ентропията с логаритъма на броя на микросъстоянията на черна дупка. Тоест, начините, по които вътрешните степени на свобода могат да възпроизведат макроскопичните характеристики на черна дупка (както се вижда от външен наблюдател), описани по отношение на външните параметри – M, J, Q . По-скорошните опити да се хвърли светлина върху проблема се възползват от възможната възникваща природа на гравитацията. Тук, ако приемем, че гравитационните степени на свобода произтичат от квантовата теория на полето, тогава ентропията на черна дупка може да бъде формулирана по отношение на ентропията на заплитане на квантовите полета през хоризонта. Този сценарий е разгледан за случая на двумерно пространство на анти-де Ситер. Нещо повече, такова микроскопично извличане на ентропията на черни дупки наскоро беше обобщено и показано, че е независимо от броя и типа на квантовите полета на вплетената материя. Въпреки че далеч не е разрешен спорът, решението изглежда е в подкрепа на локалния произход на ентропията.

Стандартният аргумент за унитарност на КМ е следният. Да предположим, че наблюдател A колапсира материя в чисто квантово състояние в черна дупка и остава отвън, събирайки радиацията на Хокинг, докато дупката се изпари напълно. След като черната дупка се е изпарила, наблюдател A няма да може да възстанови първоначалното квантово състояние единствено от проучването на радиацията на Хокинг. Топлинното

разпределение на излъчената радиация предполага, че излъчените частици са независими от детайлите на образуването на черната дупка. Що се отнася до наблюдател A , процесът на образуване и изпаряване на черната дупка приема материя в чисто квантово състояние и я превръща в статистически оператор, като по този начин води до загуба на информация. Проблемът със загубата на информация, проявяващ се при разглеждането на квантовата теория на около черна дупка, е основна движеща сила за голяма част от напредъка на квантовата гравитация през последните години. Правени са много предложения за справяне с парадокса. Едно от по-радикалните предложения идва от теорията на суперструните. Предложението на т. нар. "фъзбол" предполага, че крайното състояние на гравитационния колапс не е черна дупка [7; 8; 9]. По-скоро, поради квантовия преход по време на фазата на колапсиране на материята се образува т. нар. фъзбол. Предполагаемият фъзбол има физическа мембрана (неговата повърхност), разположена на мястото, където се намира хоризонта на черна дупка. Тъй като тази повърхност не може да бъде преминава дори и чрез въвеждане на подходящи координатни трансформации, фъзболът няма вътрешна област [10]. Тоест, черната дупка се заменя с фъзбол със сходни макроскопични характеристики. Тук, падащата материя удря повърхността, термализира се и частично се преизлъчва до безкрайност. Това предложение обаче има много недостатъци. Например, не е ясно как процесът на колапс се изведнъж спира, за да образува хипотетичния обект без да нарушава запазването на инерцията. Друг очевиден недостатък на този модел е неговата неспособност да възпроизведе вилетената ентропия на Бекенщайн, освен ако не се въведат *ad hoc* екзотични механизми.

Друг начин за справяне с информационния парадокс включва предефиниране на процеса на Хокинг в последните фази на изпарението. За разлика от класическата картина на монотонно изпаряваща се черна дупка, т. нар. остатъчен сценарий предполага, че изпаряването на черната дупка спира при достигане до скалата на Планк. Тук, остатъците трябва да могат да съхраняват цялата първоначална информация за ко-

лапсиралата материя. Тоест, те би трябвало да могат да възстановят изчезването на чистото квантово състояние на радиацията на Хокинг, което означава, че те трябва да имат произволно много квантови състояния на разположение. Очевиден проблем на тези модели е как да съхраняват цялата информация в остатък с размер на Планк, без да се нарушават известни холографски ограничения. Вероятно най-обещаващият подход към информационния парадокс, комплементарност на черната дупка, разчита на идентифициране на пространствата на Хилбърт между попадащ в черната дупка и асимптотичен наблюдател. Базиран на основни принципи на КМ и ОТО, този модел предлага несъответствие между описанията на областта близо до хоризонта от страна на наблюдателите. Нито един наблюдател, обаче, не може да види и двете описания. Докато асимптотичният наблюдател вижда разтегнат хоризонт, разположен на разстояние на Планк от хоризонта, падащ наблюдател не измерва нарушения на принципа на еквивалентност. През 2012 г., в много популярен труд, Алмери, Маролф, Полчински и Съли (АМПС) твърдят, че е налице дълбоко несъответствие между постулатите за комплементарност на черни дупки [14]. Те показваха, че следните три твърдения не могат да бъдат едновременно верни: (i) радиацията на Хокинг е в чисто квантово състояние, (ii) нискоенергийната ефективна теория на полето е валидна в района в близост до хоризонта, (iii) попадащи в черна дупка наблюдатели не отчитат драма при хоризонта (принципът за липса на драма).

Аргументът на АМПС подсказва, че или наблюдател, попадащ в черна дупка, среща високоенергийни кванти на хоризонта или в района, близък до хоризонта, трябва да се прояви нова динамика. Аргументът им имаш дълбоки последици, демонстрирайки, че са необходими нетривиални модификации на хоризонтната скала в част от геометрията на пространство-времето, която според нас е добре обисана чрез локална теория на квантовото поле. Аргументът на АМПС доведе до скок в интереса към модифицираните гравитационни модели, които могат да внедрят необходимите квантови корекции на ОТО. Наскоро, с цел да се хвърли светлина върху връзката между

ОТО и КМ, бе въведена теория на квантовата информация за изследване на черните дупки. По-специално, понятия като квантови схеми и кодове за коригиране на квантовите грешки се превърнаха в едни от най-ефективните инструменти за изучаване на квантова гравитация. С помощта на квантови информационно-теоретични съображения могат да бъдат поставени някои ограничения на динамиката на вътрешността на черна дупка, които биха помогнали за справяне с отклоненията от ОТО и локална квантова теория за полето, необходими за запазване на унитарността на КМ.

Цели на изследването

Основната цел на дисертацията е, използвайки последните постижения в областта, да представим модел на изпаряване на черна дупка, като въвеждаме модификации в хоризонтален мащаб в общата картина, изразяваща се в локална квантова теория на полето на класически гравитационен фон. Такива отклонения от класицизма на мащаба на хоризонта са силно мотивирани, за да се запази (i) унитарната еволюция на КМ и (ii) принципа на еквивалентност на ОТО. В нашия подход [49; 50; 101] въведените квантови корекции дават ефект на нетривиална реакция върху геометрията на черната дупка, върху която се фокусираме.

Основни задачи на изследването

За постигане на горепосочените основни цели адресираме следните задачи:

1. Допълваме нискоенергийния квантово-полеви модел близо до хоризонта на черната дупка на Шварцшилд с истинско скаларно поле. Ненулевото свързване между скаларното поле и метриката води до неясност на геометрията с радиуса на Шварцшилд.
2. Разглеждайки параметъра, описващ взаимодействието в рамките на динамичния

оператор на Айнщайн-Хилбърт, показваме, че предложените колебания на метриката могат да стимулират скоростта на изпарение на черната дупка.

3. Показваме как предполагаемите метрични колебания могат да нарушат локалното ограничение на ефективната квантова теория на полето и по този начин да иницирират нелокализация на частиците на Хокинг към безкрайността.

4. Прилагаме модел, първоначално разработен за изучаване на тъмната енергия в космологични мащаби, на фона на черна дупка на Шварцшилд [50]. Проучвайки каква е метричната обратна реакция на нехомогенните колебания на плътността на вакуума в района на хоризонта, демонстрираме, че космологичните модели могат да бъдат използвани за изучаване на смущения в черни дупки и за извличане на макроскопични отклонения от стандартното описание на ОТО и нискоенергийна полева теория.

5. Използваме квантов информационно-теоретичен подход [101], за да проверим валидността на гореспомнатите заключения относно необходимите корекции на класическото нискоенергийно описание на черни дупки. Използвайки техниките на сложната геометрия на Нилсън и използвайки сложността на квантовата схема като нова мярка за квантов хаос в силновзаимодействащи квантови системи с много нива на свобода, изчисляваме времевите скали на извличане на материята от "млади" черни дупки.

Резултати от изследването

1. Изследвайки реакцията на геометрията на черна дупка в областта непосредствено до хоризонта на постоянните нехомогенни вакуумни флукуации, извеждаме макроскопични квантово-гравитационни ефекти (модификации на ОТО), изразяващи се в постоянни пулсации на хоризонта, които оставят отпечатък в излъчените гравитационни вълни и могат да бъдат наблюдавани от бъдещи мисии на радиотелескопа Event Horizon.

2. Използвайки подходът на Нилсън, изучаваме квантови системи, съставени от мно-

го нива на свобода, от гледна точка на еволюцията на изчислителната им сложност. Изучавайки еволюцията на сложността на квантови системи разбираме по-добре хаотичните свойства на конформни полеви теории.

3. Представяме диагностика за квантов хаос с важно приложение за вътрешната динамика на изпаряваща се черна дупка и подсказва, че радиацията на Хокинг е псевдопроизводна, тоест радиацията не може да бъде декодирана (от нея не може да бъде извлечена информация) и тя ще е привидно в максимално разбъркано състояние за всеки външен наблюдател, който използва физически-ограничен квантов компютър, за да я изследва.

Глава 2

Решения на черни дупки

2.1 Геометрия на Шварцшилд

Геометрията на Шварцшилд описва статично, сферично-симетрично, незаредено $Q = 0$, невъртящо се $a = 0$ еднопараметрично подсемейство $(\mathcal{M}, g_{0,M})$ на решенията на вакуумните уравнения на Айнщайн

$$R(g) = 0 \tag{2.1}$$

В (t, r, θ, ϕ) координати, метриката е

$$ds^2 = g_{\mu\nu} dx^\mu \otimes dx^\nu = - \left(1 - \frac{2M}{r}\right) dt^2 + \frac{dr^2}{\left(1 - \frac{2M}{r}\right)} + r^2 (d\theta^2 + \sin^2 \theta d\phi^2) \tag{2.2}$$

Тук, $r = 2M$ е хоризонтът на събитията, който е каузалната (причинната) бариера, обосноваваща областта, която е в миналото на бъдещата нулева безкрайност $\mathcal{M} \setminus J^-(\mathcal{I}^+)$ и отделя вътрешната ($0 < r < 2M$, $-\infty < t < \infty$) и външната ($2M < r < \infty$) части на черната дупка, а $r = 0$ е пространствена сингулярност, където скаларът на Ричи постепенно достига безкрайност [15]. Хоризинтът на събитията $r = 2M$

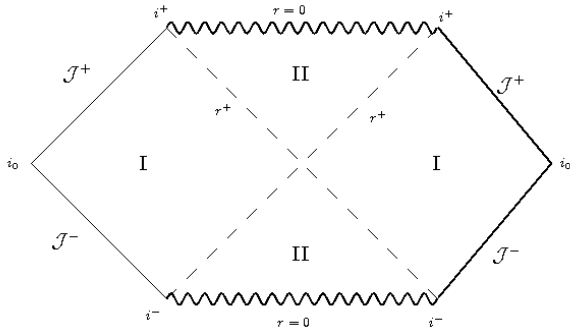


Рис. 2.1: Диаграма на Пенроуз на черна дупка на Шварцшилд, където $r^+ \equiv r = 2M$ е хоризонтът, а $r = 0$ е пространствена сингулярност. Тук, \mathcal{I}^+ и \mathcal{I}^- бележат бъдеща и минала нулева безкрайност, съответно [18].

е хоризонт на Килинг \mathcal{H} , описан от нулеви хиперповърхности с комерност-1, вградени в геометрията (многообразието) \mathcal{M} . Следователно, за да дефинираме \mathcal{H} , трябва да знаем цялото бъдещо пространство-време. Векторното поле на Килинг ξ^μ следва уравнението на Килинг

$$\nabla_\mu \xi_\nu + \nabla_\nu \xi_\mu = 0 \quad (2.3)$$

където ∇ е ковариантна производна.

Разпадащата се норма на ξ^μ по хоризонта на Килинг \mathcal{H} , заедно с тяхната ортогонална връзка, се изразяват по следния начин

$$\xi_\mu (\nabla_\nu \xi_\rho) = 0 \quad (2.4)$$

и означават, че полето на Килинг е нулево на \mathcal{H} .

Извън черната дупка полето на Килинг е времево $\xi^\mu \xi_\mu < 0$, а вътре е пространствено $\xi^\mu \xi_\mu > 0$. Заедно, векторите на Килинг генерират $SO(3)$ симетриите на геометрията. За наблюдател, безкрайно далеч от черната дупка, r и t са, съответно, радиални и времеви координати. В асимптотичния лимит $r \rightarrow \infty$ геометрията става тази на Минковски. Следвайки теоремата на Биркоф, уравнение (2.2) описва уникалната метрика около всяка материя със сферична симетрия в асимптотично плоско пространство-време.

По-скорошна интерпретация на (2.2) е от гледна точка на максималната еволюция на Коши на вакуумни начални условия, дефинирани върху пространствена хиперповърхност. Пространство-времето, което се получаваме като резултат, въпреки че е двустранно, има много прилики с физически-релевантните решения в ОТО. Въпреки че е най-простото еднопараметърно семейство от решения на (2.1), метриката на Шварцшилд съдържа затворени повърхности и следователно е геометрически непълна в бъдещето. Тоест, в $r < 2M$, всяка времева кръва ще достигне пространствената сингулярност след произволно крайно време и ще изпита безкрайни геометрични деформации.

В допълнение на пространствената сингулярност при $r = 0$, видно е, че метриката (2.2) също се разпада и при $r = 2M$. Обаче това е пример за координатна сингулярност, която може лесно да се избегне с избор на подходящи координати.

Глава 3

Термодинамика на черни дупки

3.1 Квантова термодинамика

В квантовото третиране на термодинамика на черни дупки ще разгледаме квантова теория на полетата в нагънато пространство. Вземайки предвид квантовите ефекти, в частност вакуумни флуктуации, и изучавайки как се свързват с метриката на черна дупка, всъщност внедряваме намалената (редуцираната) константа на Планк \hbar .

3.1.1 Ефект на Унру

Според ефекта на Унру, вакуумът на Минковски $|0\rangle_M$ е термално квантово състояние с температура¹

$$T = \frac{a\hbar}{2\pi} \quad (3.1)$$

измерена от гледна точка на наблюдател с ускорение a , движещ се по постоянна $\sigma = \text{constant}$ траектория, като $\sigma \in (0, \infty)$, като тук \hbar е намалената константа на

¹Намаленият статистически оператор на вакуума на Минковски е състоянието на Гибс.

Планк. Вакуумът на Минковски е предпочитаното състояние в плоско пространство и е също така: (i) с термална характеристика във времето на Риндлър и (ii) е стабилно на смущения. Тъй като $|0\rangle_M$ е стационарно състояние за равномерно ускоряващи се наблюдатели, това свойство зависи пряко от ускорението.

Твърдението, че вакуумът на Минковски $|0\rangle_M$ се описва от термален статистически оператор, трасиран върху вътрешните осцилации на полето, може да се формулира по следния начин

$$\text{tr} |0\rangle_M = Z^{-1} e^{-2\pi H_B} \quad (3.2)$$

където

$$H_B = \int T_{\mu\nu} (\partial_\eta)^\mu d\Sigma^\nu \quad (3.3)$$

е Хамилтонов оператор, описващ ускоряващия наблюдател σ със съответстващото му поле на Килинг ∂_η , като $Z^{-1} = \text{tr}(e^{-\beta H_B})$ е разделителна функция, $\beta = T^{-1}$ е реципрочната температура, с $T_{\mu\nu}$ бележим енергийно-импулсния тензор, а $d\Sigma^\nu$ е линейният елемент.

Фактът, че дори и в плоско пространство вакуумните флуктуации са термални играе централна роля в квантовото третиране на термодинамика на черни дупки. Всъщност, ако свържем термометър с квантовия вакуум в пространство на Минковски и го ускорим, той ще се нагрее и отчете ненулеви стойности.

Ефектът на Унру играе основна роля както в извеждането на радиация на Хокинг, така и в квантовите свойства на черни дупки и техните термодинамични характеристики. Поради тази причина заслужава да му се отдели повече внимание. Първо ще разгледаме един от добре познатите начини за извеждането му.²

²За пълно извеждане на показаните тук резултати, вижте [23; 24].

3.1.2 Информационният парадокс

Термалният спектър на излъчената радиация на Хокинг е изключително проблемен. Нека да дефинираме произволно чисто квантово състояние върху ранна³ хиперповърхност на Коши извън черна дупка. Нека линейно да развием това квантово състояние до друга, по-късна хиперповърхност на Коши. Отивайки към по-късни хиперповърхности ще стигнем до време, когато част от слайса ще попада във вътрешността на черна дупка, тоест частици на хиперповърхността ще бъдат пространствено разделени една от друга поради причинната структура на пространството. От гледна точка на далечен наблюдател, само външните частици могат да бъдат изследвани. Имайки достъп само до външната вълнова функция, външен наблюдател няма да може да изследва пространството на Хилбърт, описващо вътрешността на черната дупка. Тоест, от тази гледна точка, първоначално чистото квантово състояние се е развило до термално квантово състояние.⁴ Следователно е налице нарушение на унитарността на КМ.

³Под "ранна" хиперповърхност на Коши имаме предвид "добър" слайс, далеч от сингулярността.

⁴Еволюцията на чисто в термално квантово състояние е в сърцето на информационния парадокс.

Глава 4

Квантови корекции

Резюме

Физически-обусловените черни дупки никога не са напълно изолирани. Те или са заобиколени от акрецираща материя или са част от двойна (бинарна) система. Обикновено при полукласическите калкулации игнорираме метричната реакция на флуктуации на квантовия вакуум или на линейни метрични смущения. Именно затова се интересуваме как точните решения на уравненията на Айнщайн-Хилбърт се смущават и как реагира геометрията. Линейните уравнения, например, са много полезни за описване на метрични смущения на черни дупки. В този случай, черните дупки изхвърлят квазинормални частици. Изучавайки теория за смущенията на черни дупки, и по-конкретно квазинормалните частици, свързани с метрични смущения близо до хоризонта, ни позволява да изследваме силногравитационни режими и да тестваме границите на ОТО в режими, при които очакваме да има отклонения.

4.1 Изисквания за модификации на ОТО

Има сериозна теоретична обосновка да се смята, че без модификации на динамиката на черни дупки, радиацията на Хокинг води до противоречия с принципа на унитарност на КМ. Прогресът от последните десетилетия сочи, че за да можем успешно да адресираме фундаменталните проблеми при черни дупки, свързани с обработката на информация и тяхната квантова структура, е необходимо да преминем отвъд наивните модели на локална квантова теория на полетата.

Предлагани са редица модели за квантови корекции [53; 54; 55; 56; 57; 58; 59; 60; 61]. Следвайки по-ранна работа [48; 49; 50], предлагаме модел, за който смятаме, че е най-икономичен от гледна точка на: (i) простота на основните предположения, тоест дивергенциите от ОТО са минимални и (ii) от гледна точка на възможност за наблюдение на ефектите. Представяме модел, който предлага макроскопични отклонения от локалната квантова теория на полетата под формата на: (i) квантови метрични флуктуации на хоризонта и (ii) нелокално излъчване на радиация на Хокинг.

4.2 Нехомогенна вакуумна плътност като източник на квантови корекции

Наскоро Унру et al. предложиха, че [67] наблюдаемата малка ненулева космологична константа може да бъде изведена и без да се използват допълнителни квантови полета. Вместо това, космологичната константа може да се опише чрез нехомогенната вакуумна плътност, без да прилагаме процедури за ренормализация на параметрите. Използваме именно факта, че локално, вакуумът е нехомогенен и във всяка една точка от пространството постоянно флукутира около някаква средна стойност, подобно на динамиката на хармоничен осцилатор.

Настоящият модел поставя под съмнение класическата картина на черна дупка с

полукласическа геометрия. В тази работа прилагаме модела на Унру et al. при геометрия на Шварцшилд. А именно, пренаписваме уравненията от [67] на този фон и изследваме гравитационния ефект на нехомогенната вакуумна плътност. Като резултат предлагаме форма на силна нелокалност, която води до значителни модификации на познатата ни структура на черни дупки. Предложените девиации водят както до нелокално излъчване на радиация на Хокинг, така и до квантови метрични флуктуации.

4.2.1 Нехомогенна вакуумна плътност при черни дупки

Сега прилагаме модела на Унру et al. и изследваме ефектите му върху черна дупка на Шварцшилд (2.2). Като резултат предлагаме динамичен механизъм, водещ до силна нелокалност, която значително променя класическата физика около хоризонта на черна дупка. По-конкретно, демонстрираме как предложената в [67] нехомогенна вакуумна плътност води едновременно до квантови метрични флуктуации [49; 68; 69; 70; 71; 72; 73; 74] и нелокално изхвърляне на квантова информация. Въпреки че предложените вакуумни флуктуации не се нормализират, те модифицират енергийно-импулсния тензор и допринасят за очакваната му стойност.

Първо ще се спрем на следствията на предложениия модел при черни дупки. Нека се фокусираме върху това как двойка пространствени точки x и x' се повлияват от екстремния нехомогенен вакуум. Нека вземем предвид следното

$$\Delta\rho^2(\Delta x) = \frac{\langle\{T_{00}(t, x) - T_{00}(t, x')\}^2\rangle}{\frac{4}{3}\langle T_{00}(t, x)\rangle^2} \quad (4.1)$$

където ρ е локалната енергийна плътност, $\langle T_{00}\rangle$ е локалната вакуумна плътност, а знаменателят играе ролята на ренормализационен компонент.

Прилагаме уравнение (4.1) при черна дупка с геометрия, описана от уравнение (2.2).

Работата в тази област налага да се вземе предвид и силният градиент спрямо хоризонта

$$\rho = \partial_r(\partial_r\phi)^2 \quad (4.2)$$

където ρ е локалната енергийна плътност, а ϕ е гравитационният потенциал.

Имайки предвид (4.2), можем да изразим уравнение (4.1) при черна дупка на Шварцшилд (2.2) по следния начин

$$\int_R \int_x^{x'} J^2 = \int_R \int_x^{x'} \frac{\langle \{\partial_r J(t, x) - \partial_r J(t, x')\}^2 \rangle}{\frac{4}{3} \langle \partial_r J(t, x) \rangle^2} \quad (4.3)$$

където R е областта около хоризонта, а J е вакуумната акумулация между две близки точки в пространството.

Тук, всяка точка от пространството флукутира със сила около очакваната стойност на локалната вакуумна плътност $\langle T_{00} \rangle$ и с увеличаване на разстоянието Δx , корелационната сила между x и x' , тоест магнитуда на $\rho_{x,x'}$ силно намалява. Тоест, $\rho_{x,x'} \rightarrow 0$, когато $\Delta \gg \lambda$, като λ е дължината на вълната на вакуумните флукутации. Забележете, че заменихме T_{00} в уравнение (4.1), които се дефинират на конкретни пространствени точки, с техния силно-градиентен аналог J , който заради (4.2) е далеч по-подходящ за описване на нехомогенната вакуумна динамика в областта в близост до хоризонта. От уравнение (4.2) се вижда, че $J(x)$ и $J(x')$ се изчисляват спрямо хоризонта.¹

¹Трябва да се обърне внимание, че в случай, че x и x' са на една и съща хиперповърхност с постоянен радиален параметър ($r = \text{constant}$), градиентът (4.2) става тривиален и J ще флукутира стохастично със стойност $\langle T_{00} \rangle$, диктувана от M_{BH} .

Квантови метрични флуктуации от локални фазови преходи

Сега ще демонстрираме как предложената нехомогенна вакуумна плътност може да промени класическата физика около хоризона и да доведе до квантови метрични флуктуации с мащаб $\mathcal{O}(r_S)$, като r_S е радиусът на Шварцшилд. По-специално, дефинираме нов параметър, ∇H – локален параметър на Хъбъл. ∇H се прилага между двойки близки пространствени точки (например x и x') и описва постоянните промени в разстоянието между тях, породени от флукутиращата нехомогенна вакуумна плътност. Динамиката на ∇H е подобна на хармоничен осцилатор, който постоянно пулсира (осцилира) между различни фази на свиване и разделяне на x и x' , продукувани от локалната нехомогенна вакуумна плътност. Прилагаме ∇H в контекста на черна дупка на Шварцшилд, изучавайки реакцията на метриката. Следователно, показваме как този сценарий може да доведе до предложените по-горе макроскопични корекции на ОТО. Разглеждаме две версии – макроскопична и детайлна.

В макроскопичния случай пренебрегваме приноса, идващ от индивидуални нива на свобода, и вместо това се фокусираме върху ефективната (тоест, макроскопичната) реакция на геометрията при мащаб $\mathcal{O}(r_S)$. Имайки предвид голямата радиална зависимост на полето в областта около хоризонта на черна дупка (4.2), ∇H може да се изрази като

$$\int_{S_1}^{S_2} \nabla H = -4\pi G \int_{S_1}^{S_2} \partial_t \langle J \rangle \quad (4.4)$$

За разлика от по-рано, където разгледахме ∇H между две близки точки x и x' , сега го оценяваме в областта между S_2 и S_1 , където предполагаме, че S_1 съвпада с хоризонта, а S_2 е фиктивна плоскост, близо до хоризонта.

Физически, реакцията на метриката около хоризонта се изразява под формата на леко външно изместване на хоризонта от $r = 2M$ до $r = 2M + \delta$ в координати на Шварцшилд. От гледна точка на далечен наблюдател въпросните метрични флуктуации

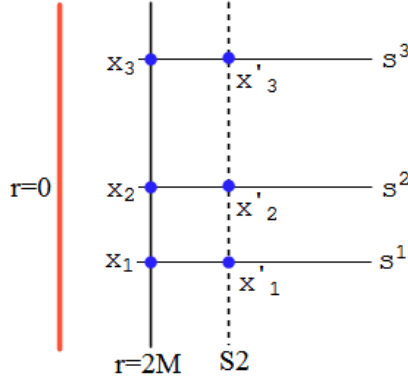


Рис. 4.1: Представете си, че $S1$ съвпада с хоризонта. Точковата линия $S2$ е нефизическа времева хиперповърхност в близост до хоризонта. Сините точки x_i и x'_i са двойки съответстващи точки, като $x_i \in S1$, $x'_i \in S2$ и $x_i, x'_i \in S^i$, а S^i означава различни слайсове. Също така, $\sum_i x_i \equiv S1$ и $\sum_i x'_i \equiv S2$.

могат да се интерпретират като пулсираща структура на Планк извън хоризонта, подобно на "разпънатия" хоризонт в принципът на комплементарност или гравитационни ехота. Очевидно, изучавайки макроскопичната геометрична реакция можем да извлечем предложените метрични флуктуации на хоризонта.

Нека сега се фокусираме върху детайлната версия на довода. В този случай се фокусираме върху приноса, идващ от индивидуални нива на свобода, тоест, фазови преходи на ∇H между двойки от близки съответстващи точки (да речем x и x'), като и двете лежат на една и съща пространствена хиперповърхност S_i . А именно, $x \in S1$, $x' \in S2$ и $x, x' \in S^i$, Фиг. 4.1.

Нека разделим геометрията на черната дупка на максимални пространствени хиперповърхности, всяка от които показва постоянен изрязък от време. Конкретното разделение формира семейство от външно-плоски слайсове (пространствени сечения).

Слайсовете са съвместими със симетриите на Килинг за сферично-симетричното пространство. Интуитивно, това пространствено разделение може да се идентифицира със семейство от наблюдатели върху повърхност (r, t) извън черната дупка. Имайки предвид конкретното разделение на геометрията, можем да изразим уравнение (4.4) по следния начин

$$\sum_{i=1}^N \nabla H_i = -4\pi G \sum_{i=1}^N \langle J(x_i, x'_i) \rangle \quad (4.5)$$

където x и x' лежат на една и съща пространствена хиперповърхност S^i , $\{x_i\} \equiv S1$ и $\{x'_i\} \equiv S2$, а $J(x_i, x'_i)$ е вакуумната акумулация между точките.

Очевидно от уравнение (4.5) е, че фазовите преходи на ∇H между двойка близки точки зависят от вакуумната акумулация J между тях. Поради стохастичната природа на нехомогенната вакуумна плътност, дясната част на (4.5) флукутира постоянно със сила около очакваната стойност на вакуумната плътност в областта $\langle J(x, x') \rangle \approx \int_x^{x'} \langle T_{00} \rangle$. Уравнение (4.5) само по себе си, обаче, е недостатъчно за пълно описание на динамиката около хоризонта. В допълнение, също трябва да разгледаме еволюцията на локалния мащабен фактор $a(t, x)$. Уравнението за движение на $a(t, x)$ далеч от източник на материя е

$$\tan \Theta_x = \frac{\Omega(0, x)}{\Omega(0, x')} \tan \Theta_x + \frac{4\pi G}{\Omega(0, x')} \int_x^{x'} J(0, x') dl' \quad (4.6)$$

където Θ_x е началната фаза на $a(t, x)$ (тоест, разширение или свиване) в произволна точка x .

Следвайки процедурата, описана по-горе, ще изразим уравнението за движение на $a(t, x)$ в областта непосредствено близо до хоризонта. Изразяването ще бъде от гледна точка на вакуумната акумулация между двойка съответстващи точки, лежащи на една и съща пространствена хиперповърхност. Пренебрегването на първоначалната фаза на $a(t, x)$ води до

$$\tan \Theta_{x,x'} = \int_x^{x'} \frac{\Omega(x)}{\Omega(x')} \tan \Theta_{x,x'} + \frac{4\pi G}{\Omega(x')} \langle J(x, x') \rangle \quad (4.7)$$

където $\langle J(x, x') \rangle \approx \int_x^{x'} \langle T_{00} \rangle$.

Разбира се, фокусираме се единствено върху малкия отрицателен остатък от флуктуациите на всеки времеви период T . Реакцията на геометрията в близост до черна дупка на флуктуации между двойка точки на конкретна пространствена хиперповърхност е пренебрежително малка. Въпреки това, обаче, разстоянието между точките, $\Delta x \sim \lambda$, постоянно флуктуира, подобно на хармоничен осцилатор, между фази на разширение и свиване поради нехомогенната вакуумна плътност. Като резултат, като вземем предвид постоянните флуктуации на Δx на всички хиперповърхности по целия хоризонт на черна дупка на Шварцшилд и предполагайки малък отрицателен остатък на всеки слайс на всеки $T = 2\pi/\Omega$, реакцията на геометрията се натрупа и води до макроскопични девиации от ОТО.

В случай, че масата на черната дупка е постоянна ($M_{BH} = \text{constant}$), тогава $\langle J(x, x') \rangle$ зависи от размерността на вътрешното пространство на Хилбърт на черната дупка $\dim(\mathcal{H}_{int})$ и следователно, флуктуира постоянно

$$\langle J(x, x') \rangle \sim \int_x^{x'} \langle T_{00} \rangle \sim \dim(\mathcal{H}_{int}) \quad (4.8)$$

Следователно, разглеждайки микроскопичните реакции на метриката на константно флуктуиращата вакуумна плътност, динамичният оператор в областта близо до хоризонта е

$$I_{\text{near}} = \int_R \int dx \int dt [\partial_r \lambda + T_{00}(x, x') \partial_r(x, x') \partial_t \lambda] \quad (4.9)$$

където радиалният компонент на вакуума $\partial_r \lambda$ зависи от (4.2). Времевият вакуумен компонент $\partial_t \lambda$ се дефинира върху повърхности на постоянно (фиксирано) разстояние спрямо хоризонта и варира с промяната на масата на черната дупка.

В заключение, изследвайки реакцията на геометрията на черна дупка в областта непосредствено близо до хоризонта на постоянните нехомогенни вакуумни флуктуации, изведохме макроскопични квантово-гравитационни ефекти (модификации на ОТО), изразяващи се в постоянни пулсации на хоризонта, които оставят отпечатък в излъчените гравитационни вълни и могат да бъдат наблюдавани от бъдещи мисии на радиотелескопа Event Horizon.

Глава 5

Квантова теория за информацията и черни дупки

Резюме

В последните години се полагат много усилия за описване на процесите по обработка и локализация на квантова информация от черна дупка от гледна точка на сложни квантови системи. Това включва параметризирането на добре познати концепции от физика на черните дупки, използвайки техните съответстващи принципи от квантова теория за информацията, както и прилагането на динамика на силновзаимодействащи си гравитационни системи, използвайки информационно-теоретични нива на свобода – квантови битове (кюбити).

Връзката между аспекти на черни дупки (обикновено описвани от КМ) и техните квантовоинформационни аналози има много важни приложения, тъй като ни позволява да изучаваме процеси в черни дупки, които до скоро бяха отвъд възможностите ни. Използването на езика на квантова теория за информацията ни позволява по-добре да формулираме и адресираме належащи проблеми, свързани с вътрешната

структура на черни дупки, които могат да се окажат от изключително значение за разбиране както на информационния парадокс, така и за разбиране на изчислителните граници на черни дупки. Привидната универсалност в речника между ОТО и КМ, от една страна, и квантова теория за информацията, от друга страна, сочат към квантово-информационния произход на пространство-времето.

Разглеждаме конформна полева система, състояща се от голям брой N кубити във високоенергийно чисто състояние, свързана с малка система, състояща се от M слабо-взаимодействащи нива на свобода и твърдим, че относителната сложност на малката система е холографски двойна на ефективна нискоенергийна изчислителна сложност в пространството, тоест на минималната дълбочина на квантовата схема, която може да декодира гравитационния ѝ двойник. В тази връзка, използвайки подхода на Нилсън, представяме нов параметър за измерване на квантовия хаос от гледна точка на еволюцията на изчислителната сложност. Изучаването на еволюцията на сложността на допълнителната (малка) система ни помага да разберем хаотичните свойства на голямата конформна система. Тази нова диагностика на квантовия хаос има важно приложение за вътрешната динамика на изпаряваща се черна дупка и подсказва, че радиацията на Хокинг е псевдопроизводна – радиацията не може да бъде декодирана (от нея не може да бъде извлечена информация) и тя ще е привидно в максимално разбъркано състояние за всеки външен наблюдател, който използва физически-ограничен квантов компютър, за да я изследва.

5.1 Сложност и хаос

В тази Секция изучаваме как сложност и хаос се развиват в големи производни квантови схеми, съставени от N на брой кубити в контекста на двойствеността между пространство на анти-де Ситер и конформна полева теория. След това, използвайки подхода на Нилсън, представяме геометрична интерпретация на сложност и хаос,

като изчислителната стойност се изразява с "дистанцията" между две геометрични точки [124].

5.1.1 Сложност

Сложността има квазипериодична еволюция. При стандартна голяма квантова система от N кубита, чиято динамика се диктува от производна квантова схема, сложността ѝ в началото (при малко t) е ниска. Тогава, при време $t \sim t_*$ (където t_* е т. нар. разбъркано време, дефинирано като логаритъм от масата на изследвания обект $t_* \sim M \ln M$), поради ранната хаотична динамика сложността расте експоненциално, като за система от N нива на свобода с температура T

$$\mathcal{C}_* = N \log N \quad (5.1)$$

Въпреки че т. нар. разбърканата сложност \mathcal{C}_* е далеч от горния лимит $\mathcal{C}_* \ll \mathcal{C}_{\max}$, тя все пак е значима, когато $N \gg 1$. Имайки стойност $e^{\lambda_L(t-t_*)} \sim \mathcal{O}(1)$, като λ_L е експонента на Ляпунов (5.7), при разбърканото време t_* е индикатор за наличие на хаос в холографската конформна полева теория.

По-късно, когато $t > t_*$, експоненциалният растеж на сложността спира. След т. нар. разбъркано време, сложността продължава да расте, но вече линейно, зависейки от броя N на нивата на свобода на системата (5.17)

$$\frac{d\mathcal{C}}{dt} \sim NT \quad (5.2)$$

където ранният и късният растеж, съответно (5.1) и (5.2), са ограничени от лимита на Лойд [119]

$$\frac{d\mathcal{C}}{dt} \leq \frac{2M}{\pi\hbar} \quad (5.3)$$

където с M бележим масата на обекта, а \hbar е редуцираната константа на Планк.

Линейният растеж продължава за време $t_{cr} \sim e^N$ (класическо повтарящо време), като тогава сложността достига горния лимит

$$\mathcal{C}_{\max} = \text{poly}(N)e^N \quad (5.4)$$

Сложността запазва максималната си стойност за период от квантово повтарящо време $t_{gr} \sim e^{e^N}$ (двойна експонента на ентропията) и тогава започва да намалява.

Рязката промяна в динамиката при разбърканото време е добре мотивирана и от двете страни на двойствеността между пространство на анти-де Ситер и конформна полева теория. Тоест, ако експоненциалният растеж спре преди това време, това би означавало наличие на досега непозната физика във вътрешността на черна дупка на анти-де Ситер, която позволява това по-бързо обработване на информация. От друга страна, експоненциален растеж на сложността отвъд разбърканото време би нарушило лимита, описан от уравнение (5.3).

Очевидно, разбърканото време t_* е от изключителна важност при изучаване на големи квантови хаотични системи. Най-общо t_* се дефинира по следния начин

$$t_* = \frac{\beta}{2\pi} \log N \quad (5.5)$$

като $\beta \equiv T^{-1}$ е обратната температура, а N е броят на кубитите, от които е изградена системата.

5.1.2 Хаос

Хаосът описва чувствителността на дадена система към промени в началните условия.

Хаотичната динамика на силновзаимодействаща си голяма конформна полева система в пространство на анти-де Ситер се изразява от т. нар. бързо разбъркване (5.5). Често

използван начин за изучаване на хаос включва използването на времеви корелатори, като за силновзаимодействаща си голяма квантова система с фиксирана температура β , въпросните корелатори имат следната форма

$$\langle W(t)V(0)W(t)V(0) \rangle_\beta \approx e^{\lambda_L t} \quad (5.6)$$

Тук, λ_L е експонента на Ляпунов, която е ограничена отгоре

$$\lambda_L \leq \frac{2\pi}{\beta} \quad (5.7)$$

W и V са обикновени Ермитови оператори, като

$$W(t) \equiv e^{iHt} W e^{-iHt} \quad (5.8)$$

и H е локален Хамилтонов оператор.

При разбъркано време, заради хаоса, времевите корелатори (5.6) се разпадат експоненциално бързо [117]

$$\langle W(t)V(0)W(t)V(0) \rangle_\beta = e^{\lambda_L(t-t_*)} + \mathcal{O}(N^{-2}) \quad (5.9)$$

Следователно, при $t > t_*$, без значение от началната стойност на Ермитовите оператори V и W , корелаторът приема следната форма

$$\langle VV \rangle \langle WW \rangle \quad (5.10)$$

Този експоненциален разпад е свързан с бързия първоначален ръст на хаотичната динамика, който става силно нетривиален при разбърканото време. При $t \ll t_*$, хаосът е потиснат от големия брой N на квантови частици, като за кратко остава малък и относително постоянен.

Забележете, че при хаотична квантова система ранното поведение на хаоса е сходно с това на сложността; именно, в началото и двете са ниски (и относително постоянни за време $t \ll t_*$), а след това претърпяват експоненциален ръст, достигащ максимума при разбърканото време t_* [112].

5.2 Геометрична интерпретация

5.2.1 Сложност & хаос

Следвайки подхода на Нилсън [116; 114; 115], представяме геометрична интерпретация на сложност и хаос, за да илюстрираме дълбоката им връзка с гравитацията. Тук, сложността се интерпретира като "разстояние" между двойка геометрични точки. Използвайки този език, "разстояние" означава изчислителна стойност – сложността на обработка на квантова система, която се намира в произволно квантово състояние. Поради предполагаемата двойственост между пространствата на Хилбърт на вътрешността и граничната повърхност, разстоянията от двете страни трябва да се запазват. Обикновено, метриката на Фубини-Стъди [130] с нейния лимит на разстоянието от

$$d \in [0, \pi/2] \tag{5.11}$$

е достатъчна, когато говорим за ортогоналност (перпендикулярност) между квантови състояния. Възниква проблем, обаче, свързан с лекотата на нарушаване на този лимит. За целите на изучаване на сложност, лимитът на метриката на Фубини-Стъди не може адекватно да опише нейния експоненциален горен лимит, и следователно той трябва да бъде заменен.

Ето защо за изучаване на сложност използваме нестандартна 2^N -мерна геометрия $U(2^N)$. Тук, развиващо (еволюиращо) се квантово състояние описва траектория s върху геометрията, чиято дължина естествено се увеличава с времето, в съответствие на

увеличаването на сложността на въпросното квантово състояние. Също така, за двойка квантови състояния $|\psi\rangle$ и $|\psi'\rangle$, където $|\psi\rangle, |\psi'\rangle \in U(2^N)$, всяко състояние описва своя собствена траектория върху геометрията, като разстоянието между тях линейно се увеличава и е геометрияният аналог на увеличаващата се относителна сложност [122]. Също така, геометрията има т. нар. вградени "наказателни" параметри, които ограничават движенията на квантовите състояния по по-сложни траектории. Трябва да се има предвид, че те са независими от метриката като цяло, а зависят единствено от конкретните траектории. По-обикновените траектории се наказват леко $\mathcal{O}(1)$, докато по-сложните се наказват с експоненциално големи "наказателни" параметри e^N . Очевидно, т. нар. наказателни параметри са важни, защото: (i) са свързани с минималното възможно увеличаване на сложността, свързано с прилагането на обикновен двойствен квантов оператор, (ii) дефинират локалните геометрични координати на гравитационната теория и (iii) обособяват принцип на локалност. Основният обект, върху който ще се фокусираме, е еволюционният оператор

$$U(t) \equiv e^{-iHt} \quad (5.12)$$

където H е Хамилтонов оператор и чиято симетрия се трансформира по следния начин $U(s) = e^{-i \sum_j \theta_j(s) T_j}$, където с θ бележим цели положителни числа, а с T квантови оператори.

В геометричен контекст, уравнение (5.12) приема следната форма

$$U(s) = \overleftarrow{\mathcal{P}} \exp \left(i \int^s ds H(s) \right) \quad (5.13)$$

където $\overleftarrow{\mathcal{P}}$ е траекторно-подреждащият оператор, който регулира траекторията, а $H(s)$ е локалният Хамилтонов оператор, който параметризира траектория s върху геометрията и се дефинира като

$$H(s) = Y^j(s)\mathcal{G}_i \quad (5.14)$$

където $Y^j(s)$ е група от "наказателни" параметри, функция от кривата s , които, когато се приложат на всяка стъпка от еволюцията на кривата, контролират нейната траектория, а $\mathcal{G}_i \equiv \{g_i\}$ е група произволни квантови оператори. Правилно подобрени $\{Y^j\}$ подsigуряват оптимална изчислителна стойност. От геометрична гледна точка, това е глобално минимизиране на локалната крива в геометрията $U(2^N)$.

Максималната сложност на $U(t)$ е e^N , което означава, че операторът $U(t)$, който геометрично описваме като свободно-движеща се частица върху геометрията, може да изследва e^N -мерно пространство от квантови състояния. По-точно, фокусираме се върху увеличаването на сложността, свързано с прилагането на оператора $U(t)$ на произволно чисто квантово състояние $|\psi\rangle \in U(2^N)$. Когато развием квантовото състояние

$$e^{-iHt} |\psi\rangle \quad (5.15)$$

съответстващото увеличаване на сложността е независимо от $|\psi\rangle$. Вместо това, сложността се определя изцяло от локалния Хамилтонов оператор. Като цяло, еволюиращото квантово състояние се държи като частица, която се движи върху геометрията. За силновзаимодействаща си голяма система, поради ранната хаотична динамика при време $t \sim t_*$, когато експонентата на Ляпунов достигне $\mathcal{O}(1)$, изминатото разстояние (увеличаването на сложността) е експоненциално

$$d(t) = e^{2\lambda_L t_*} \quad (5.16)$$

като за време $t > t_*$ то достига до еволюция, линейна от броя на кубитите N

$$d(t) = Nt \quad (5.17)$$

Очевидно, увеличаването на разстоянието, изминато от еволюиращо квантово състояние върху геометрията, е: (i) експоненциално за $t \sim t_*$, (ii) линейно от N за $t > t_*$ до $t \sim t_{cr}$ и (iii) функция на локалния Хамилтонов оператор. Най-общо, можем да изразим увеличаването на сложността на чисто квантово състояние като функция от Хамилтоновия оператор

$$C(e^{-iHt}|\psi\rangle) \equiv \int F(H(t)) dt \quad (5.18)$$

Имайки предвид отделната (стъпаловидна) времева еволюция на производна квантова схема при описание на траекторията s , описана от квантовото състояние в $U(2^N)$, трябва да конкретизираме как локалния Хамилтонов оператор действа на всяка времева стъпка $\Delta\tau$. В тази връзка дефинираме т. нар. моментен Хамилтонов оператор \tilde{H} , а именно Ермитов оператор, който описва еволюцията на траекторията s точка по точка

$$\tilde{H}(s) = i \frac{dU(s)}{ds} U^\dagger(s) \quad (5.19)$$

Тук, малка промяна по s съответства на обикновена унитарна операция – прилагане на двойствен квантов оператор

$$U(s + ds) = e^{-i\tilde{H}(s)ds} U(s) \quad (5.20)$$

където геометрично, уравнение (5.20) може да се изрази в Шрьюдингеровия модел като Фиг. 5.2

$$i \frac{d|\phi(t_1)\rangle}{ds} = \tilde{H}(s) |\phi(t_0)\rangle \quad (5.21)$$

където с ϕ бележим произволни квантови състояния.

Въпреки че е различен от класическия Хамилтонов оператор H , в най-обикновения

случай на еволюция на оператора $U(t)$, който ние използваме (5.12), операторите са еднакви $\tilde{H} = H$.

Следователно, еволюиращо квантово състояние, изразено чрез моментния Хамилтонов оператор, има следния вид

$$\tilde{H} \left(\rho(t), \frac{d\rho}{dt} \right) = \sum_j \frac{\left[\rho(t), \frac{d\rho}{dt} \right]^j}{(j+1)!} \frac{d\rho(t)}{dt} \quad (5.22)$$

където $\rho(t)$ е статистически оператор, съответстващ на развиващото се във времето квантово състояние, а с j бележим броя на времените стъпки, всяка с интервал $\sim \Delta\tau$. Всъщност, (5.22) предоставя микроскопично, стъпка по стъпка (тоест от j до $j+1$) описание на еволюиращо квантово състояние (5.15), Фиг. 5.2. От геометрична гледна точка, имайки предвид вградените в метриката "наказателни" параметри (5.14), горното уравнение съответства на "премерените решения," които кривата взема на всяка отделна времева стъпка. Тоест, на всяка времева стъпка, еволюцията на кривата, продиктувана от моментния Хамилтонов оператор (5.19), (5.20), (5.21) и ограничена от "наказателните" параметри избира изчислително икономична (тоест леко наказуема) посока.

5.3 Относителна сложност & псевдопроизводност

В тази Секция, използвайки геометричния подход, разгледан в Секция 5.2, изучаване голяма конформна полева теория във високоенергийно чисто състояние (двойна на едностранна черна дупка на анти-де Ситер) вилтена с малка квантова система от M на брой слабовзаимодействащи си нива на свобода (двойни на радиация на Хокинг), като и двете квантови системи са произведения от кубити с пространства на Хилбърт, съответно, $\mathcal{H}_N = 2^N$ и $\mathcal{H}_M = 2^M$ и предполагаме, че $N > M$. Изучаваме развитието на сложността на допълнителната (малка) система и твърдим, че нейната относител-

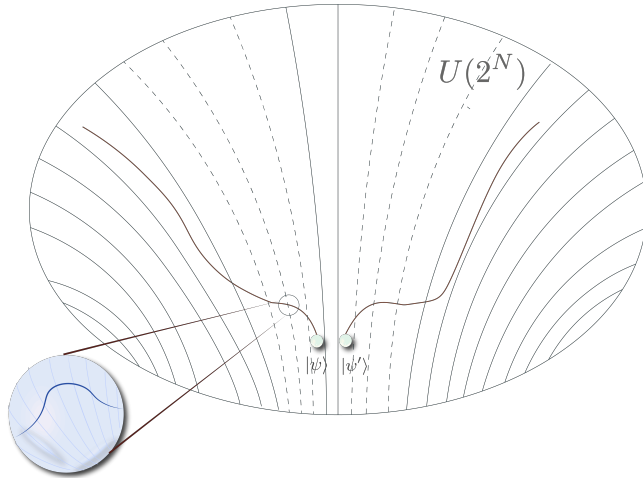


Рис. 5.1: Двойка развиващи се във времето квантови състояния на унитарната геометрия, които, геометрично, се описват като криви. Първоначално, квантовите състояния са близки точки една до друга, тоест ниска относителна сложност. Поради ранната хаотична динамика, обаче, траекториите им бързо се отдалечават (дивергират). По-късно, при $t > t_*$ дистанцията между тях продължава да расте, но вече линейно от N .

на изчислителна сложност спрямо първоначалната ѝ такава е холографски двойна на минималната дълбочина на квантовата схема, която може ефективно да декодира радиацията на Хокинг. След това твърдим, че растежът на относителната сложност е нова мярка за хаотичните свойства на черна дупка на анти-де Ситер. Накрая предлагаме аргумент за това как невъзможността на външен наблюдател с физически реални изчислителни ресурси да декодира облакът на Хокинг е индикатор за неговото псевдопроизводно квантово състояние.

Много автори напоследък подкрепят твърдението, че ER=EPR [106], което означава, че двойка конформни полеви теории в почти максимално вpletено състояние, живеещи на конформна гранична повърхност на анти-де Ситер, са двойни на вечна двустранна черна дупка на анти-де Ситер с гладка геометрия зад хоризонта. Както е добре познато, черни дупки на анти-де Ситер с радиус $\sim l_{AdS}$ не се изпаряват поради рефлексивните условия на конформната им гранична повърхност. Както беше демонстрирано от Рамсдонк, обаче, [105], ако вpletем високоенергийна конформна полева теория с външна квантова система, това ще смуги граничните условия и двойната черна дупка на анти-де Ситер ще започне да се изпарява, като следвайки [131; 132; 133; 134] времевата скала за това изпарение да започне и разбърканото време t_* . По този начин нива на свобода бавно изтичат от черната дупка, постепенно уголемявайки допълнителната система M , която играе ролята на радиационен резервоар. Разширяваме аргумента на Рамсдонк за случая на голяма високоенергийна конформна полева теория от N кубити, вpletена със слабовзаимодействаща външна квантова система с M нива на свобода и адресираме въпрос от две части: Каква е гравитационната двойственост на относителната сложност на външната система, и резултатите имат ли някакво приложение за загубата на информация/огнени стени?

Както показваме по-долу, на граничната повърхност на пространството на анти-де Ситер, комбинираната система от голяма конформна полева теория и малка (допълнителна) конформна полева теория започва в продуктово квантово състояние (5.23).

Слабо впитайки двете системи (5.25), първоначалното квантово състояние бавно се развива до двойно термално такова. Във вътрешността на пространство на анти-де Ситер това е двойно на едностранна черна дупка на анти-де Ситер, която в началото е в термално равновесие със своята среда, но след това започва да се изпарява и при достигане на време на Пейдж (времето, когато половината от черната дупка се е изпарила) става максимално влетена с нейната радиация на Хокинг. Сега ще разгледаме относителната сложност на допълнителната квантова система спрямо $|\phi(t_0)\rangle = \mathbb{I} = 1$, тоест спрямо нейната стойност при $t = 0$, където ще се фокусираме върху средната фаза на еволюцията, докато черната дупка все още се изпарява и двойното термално състояние все още не е достигнато. Твърдението ни е, че въпросната относителна сложност може да се интерпретира като двойна на ефективна нискоенергийна изчислителна сложност във вътрешността, а именно двойна на минималната дълбочина \mathcal{D}_{\min} на квантовата схема, която може да декодира радиацията на Хокинг; най-ефективният начин да се извърши операцията (5.27) във формата, дадена от уравнение (5.22). Дълбочината на квантовата схема дава мярката "сложност-за-кюбит" като при производната квантова схема, която ние използваме, дълбочината дава броя на времевите стъпки j (или еквивалентно, времето t) необходими за осъществяване на операцията (5.27). Следователно, това определя относителната сложност на изчислителния процес. Тази мярка е много полезна, когато си имаме работа с квантови системи от взаимодействащи кюбити, още повече в геометричния подход.

По-конкретно, нека разгледаме следната постановка. На конформната повърхност на анти-де Ситер започваме с голяма конформна полева теория в произволно високоенергийно чисто квантово състояние $|\psi_0\rangle$ и добавяме малката допълнителна квантова система от M кюбити, която е във вакуумното си състояние $|0\rangle$, като $N > M$ и $N, M \gg 1$. Комбинираната система започва в следното продуктово квантово състояние

$$|\Psi\rangle = |\psi_0\rangle^{\otimes N} \otimes |0\rangle^{\otimes M} \quad (5.23)$$

като $|\Psi\rangle$ приема следното деление на пространството на Хилбърт

$$\mathcal{H}_{total} = \mathcal{H}_N \otimes \mathcal{H}_M \quad (5.24)$$

където $\mathcal{H}_N = \otimes_{i=1}^N |\psi_i\rangle$ и $\mathcal{H}_M = \otimes_{i=1}^M |\phi_i\rangle$. Въвеждаме взаимодействащ Хамилтонов оператор, който влита двете конформни полеви теории

$$H_I = \sum_{\gamma} C_{NM}^{\gamma} \mathcal{O}_N^{\gamma} \mathcal{O}_M^{\gamma} \quad (5.25)$$

където \mathcal{O}_N^{γ} и \mathcal{O}_M^{γ} са локално дефинирани оператори, които действат само върху респективните им пространства на Хилбърт, а C_{NM}^{γ} е семейство от коефициенти, които действат и върху двете пространства.

Вътрешността на черната дупка N е свързан с външната система M (описваща както ранната, така и късната радиация на Хокинг) и следвайки принципите на съответствието между пространство на анти-де Ситер и конформна полева теория, системата N нелокално се кодирана в M . Тоест, нива на свобода от черната дупка са пренесени към радиационния резервоар M [136]. Интуитивно, това би съответствало във вътрешността на едностранна черна дупка на анти-де Ситер, която започва да се изпарява. Поради трансфера на частици, допълнителната система се смущава и вече не е във вакуумното си квантово състояние, а вместо това е в произволно типично такова $|\phi\rangle$, чиято сложност бележим с \mathcal{C}_{ϕ} . Още повече, мерността на пространството \mathcal{H}_M на Хилбърт монотонно се увеличава, съответствайки на постоянния ръст на нивата на свобода в M .

При ранно време t , сложността на допълнителната конформна полева теория е ниска $\mathcal{C}_{\phi} \ll \mathcal{C}_{\max}$ и поради слабите взаимодействия на нейните нива на свобода, се увеличава линейно в M

$$\frac{d\mathcal{C}_\phi}{dt} \sim MT \quad (5.26)$$

където T е температурата, като геометрично погледнато, уравнение (5.26) означава, че състоянието $|\phi\rangle$ на допълнителната (спомагателна) система M се движи, подобно на частица, върху геометрията, като дължината на кривата се увеличава линейно (5.17), Фиг. 5.2.

Еволюцията на квантовото състояние $|\phi\rangle$ на допълнителната система, породена от силно нетривиалната кодираща карта, която нелокално свързва вътрешността на N с външната част M на черната дупка, може да бъде схематично изразена като $|\phi(t_1)\rangle = U|\phi(t_0)\rangle$, като U е унитарна трансформация от многочленна производна квантова схема. Казано по друг начин, сложността \mathcal{C}_ϕ определя колко изчислително по-трудно е състоянието $|\phi(t_1)\rangle$ да бъде декодирано; колко повече стъпки j ще отнеме. Поради причини, които обясняваме по-долу, твърдим, че това увеличаване на \mathcal{C}_ϕ е сходно с предложението на Хейдън относно "огнените" стени (firewalls) [121] и е също толкова малко вероятно да бъде изчислено.

За разлика от [121], където целта на наблюдател A беше да декодира само части от радиацията на Хокинг, за да потвърди, че ранната радиация е вилетена с късната, тук декодирането включва прилагане на унитарни трансформации на допълнителната квантова система с цел да се извлече първоначалното ѝ състояние. На пръв поглед, изчисляването на относителната сложност може да изглежда лесно. Наблюдател A може просто да приложи оператора U^\dagger на смутеното състояние $|\phi(t_1)\rangle$ и да обърне операцията

$$|\phi(t_0)\rangle = U_1 U_2 U_3 \cdots U_j |\phi(t_1)\rangle \quad (5.27)$$

Трябва да се отбележи, обаче, че подобна операция – унитарна трансформация от многочленна производна квантова схема, последвана от обратна във времето опера-

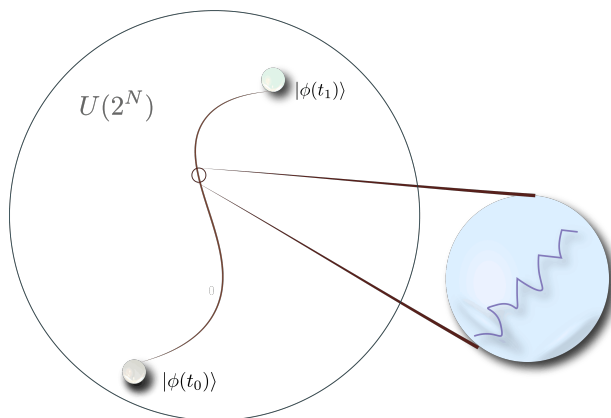


Рис. 5.2: Еволюиращо квантово състояние $|\phi\rangle$ от идентичния оператор $|\phi(t_0)\rangle = \mathbb{I} = 1$ до по-късен такъв $|\phi(t_1)\rangle$ върху геометрията $U(2^N)$. Линията показва минималната крива между двете квантови състояния, t_0 и t_1 . Разстоянието между t_0 и t_1 отговаря на относителната сложност между тях, а именно изчислителната стойност, свързана с преминаване от $|\phi(t_1)\rangle$ до $|\phi(t_0)\rangle$ (5.27). Приближената област показва отделната еволюция, продиктувана на всяка стъпка от моментния Хамилтонов оператор (5.22) и ограничена от наказателните параметри (5.14).

ция, е концептуално сходна с квантово-механичната мярка за хаос, където двойка идентични квантови състояния се развиват с почти подобни Хамилтонови оператори, като резултатът е експоненциален разпад на вътрешното им произведение [135]. В нашия случай, вместо да променяме еволюционния оператор, малката разлика идва от кодиращата карта. А именно, приемайки, че черната дупка на анти-де Ситер се изпарява, за време Δt , където $t_* < \Delta t \ll S^{3/2}$, а S е ентропията, само много малък брой n термализирани кубити ще бъдат пренесени към M , като $n \ll M$. Обаче, тъй като черните дупки са много добри в обработването/термализирането (най-бързи и ефикасни в природата) и предполагайки, че наблюдател A може да обработва само M , твърдим, че тези n допълнителни кубити са достатъчни, за да направят изчислението (5.27) неосъществимо за време по-малко от експонента от ентропията на черната дупка, $t \sim e^S$. Тоест, никой външен наблюдател с квантова схема с размер по-малък от супермногочлен няма да може да извърши изчислението (5.27) и следователно няма да може да извлече началото състояние. Нека оставим сложното унитарно кодиране в M настрана за момент. Дори предполагайки, че M е в типично чисто състояние $\rho_M = |\psi\rangle\langle\psi|$ (избрано произволно от равномерно семейство от квантови състояния), отново е експоненциално трудно за ρ_M (от гледна точка на разпределение на Хаар) да бъде разграничена от максимално разбъркано състояние [139]. За всички изчислителноограничени наблюдатели квантовото състояние на M ще продължи да изглежда максимално разбъркано. Следователно, можем да предположим, че изчислителната стойност на извършването на (5.27); тоест относителната сложност на $|\phi(t_1)\rangle$, може да бъде интерпретирана като гравитационно двойна на [113]

$$\mathcal{C}(\phi(t_1), \phi(t_0)) = \mathcal{D}_{\min} \int_{t_0}^{t_1} F(\tilde{H}(s)) ds \quad (5.28)$$

където $\tilde{H}(s)$ е дефиниран от уравнение (5.22) при наличие на подходящи (5.14), а с \mathcal{D}_{\min} означаваме минималната дълбочина на квантовата схема.

Тъй като спомагателната система M играе ролята на облак на Хокинг, можем да

приложим сходен анализ както в [121], за да опитаме да пресметнем (5.28) или поне да поставим някакви граници. Като цяло, изчислителната задача на наблюдател A се развива като 2^M за $m > 0$, където m бележи излъчените нива на свобода към допълнителната система. Наблюдател A може, разбира се, да приложи друг подход при опита си да декодира спомагателната конформна полева теория, тоест да извърши операцията (5.27) ефикасно. Например, наблюдател A може да контролира нивата на свобода на бавно растящата допълнителна система и да ги организира в отделни групи. Наблюдателят може тогава, паралелно или последователно, да приложи унитарни трансформации на различните групи в произволен или предварително определен ред. Както вече беше демонстрирано в [121], обаче, тази процедура по границиране на унитарните трансформации до определени групи от кубити е изключително трудна. Още повече, при $m > 0$, тоест при наличие на нелокална кодираща карта \tilde{N} в M , са нужни няколко подобни граничащи трансформации, което допълнително затруднява изчислението. Друг декодиращ подход, който наблюдател A може да изпробва е да направи специфични гейтове да действат върху определени групи кубити. Или пък, свързване на конкретни подгрупи от гейтове и избиране на това на кои групи и кога да им бъде въздействано. Установяване на подобни връзки очевидно изисква въвеждането на допълнителни нива на свобода, чийто брой расте като e^M .

Очевидно, дори да предположим, че \tilde{N} е кодирана в M , тоест има наличие на унитарен нелокален пренос на информация към външната област, тъй като черните дупки са толкова добри в обработката/термализирането на информация, външен наблюдател с ограничен изчислителен ресурс (дълбочина на квантовата схема, която е подмногочленна) и достъп само до M няма да може да декодира системата и няма да има достъп до информацията. С други думи, \tilde{N} остава скрита за външни наблюдатели с ограничен изчислителен ресурс на разположение. От гледна точка на наблюдател A , извършвайки квантови изчисления на M , той няма да може да различи \tilde{N} от максимално термализираното/разбърканото състояние на M . Това означава, че за обик-

новени наблюдатели извършването на операция (5.28), тоест калкулирането на относителната сложност, е непостижимо. Следователно, за обикновена система $M \gg 1$, декодирането на смутените n кубита е експоненциално трудно. Резкият скок на изчислителната сложност за извършване на (5.28) е индикатор за хаотичната динамика на черната дупка. Казано по друг начин, квантовата сложност защитава много добре вътрешната геометрия на черните дупки. Тази устойчивост на полукласическото пространство-време обикновено се коментира в следния контекст. Да приемем, че имаме двойка вpletени черни дупки в двойно термално квантово състояние. Наблюдател A е извън нейната черна дупка, докато наблюдател B вече е преминал хоризонта на неговата. За да може наблюдател A да смути нейната конформна полева теория и да изпрати високоенергийно съобщение на наблюдател B (да създаде "огнена стена" зад неговия хоризонт) наблюдателят ще трябва или да използва експоненциално сложна квантова схема или да приложи прекурсорен оператор, като това би направило изчислението невъзможно за астрофизична черна дупка [137; 138].

Настоящата работа може да се счете за продължение на [100], където първоначално изучавахме това ново измерване на хаоса в силновзаимодействащи си квантови системи с много нива на свобода от гледна точка на изчислителната сложност на квантова схема. Ние демонстрирахме, че поради хаотичната вътрешна динамика на черна дупка и причинната ѝ полукласическа геометрична структура, наблюдател A не може да декодира радиацията на Хокинг за по-кратко време от експонента от ентропията на черната дупка. Още повече, показахме, че наблюдател A има две възможности, или да приложи максимално сложен унитарен оператор или да приложи бъдещ прекурсорен оператор на смутеното състояние, като и двете опции са изчислително неприложими за астрофизични черни дупки, формирани при гравитационен колапс. Експоненциалният ръст на минималния брой времеви стъпки j (дефинирани в (5.22)), изискуеми за извършване на (5.27) при разбърканото време; следователно изчисляването на относителната сложност, е индикатор за наличие на хаос в N . Показахме как чрез изучаване

на сложността на квантовата схема може да получим информация относно ефикасността на обработката на информацията и хаотичната динамика във вътрешността на черна дупка. Също така, използвайки изчислителната сложност като мерило за квантов хаос, демонстрирахме, че радиацията на Хокинг е псевдопроизводна. А именно, предполагайки, че черна дупка изхвърля частици, носещи информация, те са толкова силно термализирани, че наблюдател A не може да декодира радиацията, освен ако не използва експоненциално сложна квантова схема, което е физически неприложимо. Потвърдихме, че лимитът от 2^{k+m+r} , предложен от Харлол-Хейдън [121], е валиден и за "млади" черни дупки.

6. Аprobация на дисертационната работа

Резултатите от дисертационната работа са докладвани на следните международни конференции и семинари:

1. The 37th Jim Isenberg Pacific Coast Gravity Meeting.
2. Quantum Information Theory: Qubits Beyond Seminar.
3. Quantum Field Theory and Geometry Summer School.
4. American Physical Society April Meeting.
5. Second Hermann Minkowski Meeting on the Foundations of Spacetime Physics.
6. Second Global Meeting of the COST Action CA 16104 on Gravitational Waves, Black Holes and Fundamental Physics (GWverse).
7. Progress and Visions in Quantum Theory in View of Gravity: Bridging Foundations of Physics and Mathematics, Max Planck Institute for Mathematics in the Sciences.
8. Sixth National Conference "From the Atom to the Cosmos," Shumen University.

7. Публикации

Резултатите от дисертацията са публикувани, както следва:

1. Alexander Y. Yosifov, Aditya Iyer, and Lachezar G. Filipov, "Holographic Interpretation of Relative State Complexity," *Universe* 2020, 6(8), 100, (IF: 1.75), arXiv:2004.07960v2 [hep-th]. (NASA ADS), Indexed in SCOPUS.
2. Alexander Y. Yosifov, "Aspects of Semiclassical Black Holes: Development & Open Problems," *Advances in High Energy Physics*, 6628693 (2021), (IF: 1.42), Indexed in SCOPUS.
3. Alexander Y. Yosifov and Lachezar G. Filipov, "Quantum Complexity and Chaos in Young Black Holes," *Universe* 2019, 5(4), 93, (IF: 1.75), arXiv:1904.09767 [hep-th]. (NASA ADS), Indexed in SCOPUS.
4. Alexander Y. Yosifov and Lachezar G. Filipov, "Nonlocal Black Hole Evaporation and Quantum Metric Fluctuations via Inhomogeneous Vacuum Density," *Advances in High Energy Physics*, 3131728, (IF: 1.42), arXiv:1811.03594 [hep-th]. (NASA ADS), Indexed in SCOPUS.
5. Alexander Y. Yosifov and Lachezar G. Filipov, "Entropic Entanglement: Information Prison Break," *Advances in High Energy Physics*, 8621513, (IF: 1.42), arXiv:1707.01768 [gr-qc]. (NASA ADS), Indexed in SCOPUS.
6. Alexander Y. Yosifov and Lachezar G. Filipov, "Oscillations for Equivalence Preservation and Information Retrieval from Young Black Holes," *Electronic Journal of Theoretical Physics*, 13(36), arXiv:1707.07489 [gr-qc]. (IF: 0.3), (NASA ADS)

8. Приноси

1. Прилагане на космологично решение, първоначално изведено за изучаване на тъмна енергия, на фона на геометрия на Шварцшилд и установяване на връзка с ефект на Казимир.

2. Създаване на модел, който чрез въвеждане на макроскопични квантово-гравитационни ефекти възстановява унитарната динамика на квантовата механика при процеса на формиране и изпарение на черна дупка на Шварцшилд.
3. Изведохме и параметризирахме потенциално наблюдаеми ефекти, породени от предложените макроскопични отклонения от ОТО, изразяващи се както във времеви девиации на фотонни снопове, така и във формиране на гравитационни лещи в областта около хоризонта на събитията.
4. Изведохме нов параметър за измерване на квантовия хаос в квантови системи, изградени от голям брой силновзаимодействащи си кубити от гледна точка на еволюцията на изчислителната сложност на системата.

9. Декларация

Декларирам, че представената дисертация е мой труд. Всички цитирания на източници на информация и други са обозначени според стандартите.

Резултатите, публикувани в настоящия дисертационен труд, са оригинални.

Литература

- [1] LIGO Collaboration and Virgo Collaboration, PRL 116, 061102 (2016).
- [2] The Event Horizon Telescope Collaboration, ApJL 875, (2019).
- [3] J. D. Bekenstein, Lett. Nuov. Cim. 4, 737 (1972).
- [4] J. D. Bekenstein, PRD 7, 2333 (1973).
- [5] J. D. Bekenstein, PRD 9, 3292 (1974).
- [6] S. W. Hawking, Commun. Math. Phys. 43, 199 (1975).
- [7] S. D. Mathur, arXiv:1812.11641 [hep-th].
- [8] S. D. Mathur, arXiv:1506.04342 [hep-th].
- [9] S. D. Mathur, arXiv:1609.05222 [hep-th].
- [10] S. D. Mathur, arXiv:1703.03042 [hep-th].
- [11] M. O’Loughlin, T. Banks, and A. Strominger, PRD 4, pp. 4476-4482 (1993).
- [12] Y. C. Ong, P. Chen, and D. Yeom, Physics Reports 1-45, (2015).
- [13] L. Thorlacius, L. Susskind, and J. Uglum, PRD 48, pp. 3743-3761 (1993).
- [14] J. Polchinski, A. Almheiri, D. Marolf, and J. Sully, JHEP 02, 062 (2013).

- [15] C. Heinicke and F. W. Hehl, IJMPD 24, 1530006 (2015).
- [16] P. T. Chrusciel, J. L. Lopes Costa, and M. Heusler, Living Rev. Rel. 15, 169 (2012).
- [17] M. T. Anderson, Annales Henri Poincare 1, 977 (2000).
- [18] B. Gouteraux, arXiv:1011.4941 [hep-th].
- [19] M. Dafermos and J. Luk, arXiv:1710.01722 [gr-qc].
- [20] M. Dafermos, Annals of Mathematics 158, pp. 875-928 (2003).
- [21] S. Aretakis, Commun. Math. Phys. 307, pp. 17 (2011).
- [22] M. Van de Moortel, Commun. Math. Phys. 360, pp. 103-168 (2018).
- [23] L. C. B. Crispino, A. Higuchi, G. E. A. Matsas, Rev. Mod. Phys. 80, pp. 787-838 (2008).
- [24] T. Jacobson, <http://www.physics.umd.edu/grt/taj/776b/lectures.pdf>.
- [25] T. Jacobson, gr-qc/0308048.
- [26] T. Jacobson, arXiv:1212.6821 [gr-qc].
- [27] A. Higuchi, S. Iso, K. Ueda, and K. Yamamoto, PRD 96, 083531 (2017).
- [28] S. Iso, R. Tatsukawa, K. Ueda, and K. Yamamoto, PRD 96, 045001 (2017).
- [29] G. Gibbons and S. Hawking, PRD 15, 2752 (1977).
- [30] R. Wald, PRD 48, pp. 3427-3431 (1993).
- [31] T. Jacobson, G. Kang, and R. Myers, PRD 49, pp. 6587-6598 (1994).
- [32] D. Vollick, PRD 76, 124001 (2007).

- [33] A. Dabholkar and S. Nampuri, Lect. Notes Phys. 851, pp. 165-232 (2012).
- [34] S. Ross, arXiv:hep-th/0502195v2.
- [35] M. Banados, AIP Conf. Proc. 490, pp. 198-216 (1999).
- [36] M. Banados, C. Teitelboim, and J. Zanelli, PRL 72, pp. 957-960 (1994).
- [37] S. Hawking, G. Horowitz, and S. Ross, PRD 51, pp. 4302-4314 (1995).
- [38] P. Mitra, arXiv:0902.2055v2 [hep-th].
- [39] A. Ghosh and P. Mitra, PRL 73, 2521 (1994).
- [40] M. Srednicki, PRL 71, pp. 666-669 (1993).
- [41] V. Frolov and I. Novikov, PRD 48, pp. 4545-4551 (1993).
- [42] S. Solodukhin, Living Rev. Rel. 14, 8 (2011).
- [43] C. Callan and F. Wilczek, PLB 333, pp. 55-61 (1994).
- [44] T. Nishioka, S. Ryu, and T. Takayanagi, JPA 42, 504008 (2009).
- [45] E. Bianchi, arXiv:1211.0522v2 [gr-qc].
- [46] L. Ford and N. Svaiter, PRD 56, 2226 (1997).
- [47] L. Ford and N. Svaiter, PRD 54, pp. 2640-2646 (1996).
- [48] A. Yosifov and L. Filipov, EJTP 13, 36 (2016).
- [49] A. Yosifov and L. Filipov, AHEP 8621513, (2017).
- [50] A. Yosifov and L. Filipov, AHEP 3131728, (2018).
- [51] A. Zhidenko, arXiv:0903.3555v2 [gr-qc].

- [52] F. Mellor and I. Moss, PRD 41, 403 (1990).
- [53] D. Marolf, Reports on Progress in Physics 80, 9 (2017).
- [54] W. Unruh and R. Wald, Reports on Progress in Physics 80, 9 (2017).
- [55] S. Giddings, arXiv:hep-th/9508151.
- [56] S. Hossenfelder and L. Smolin, PRD 81, 064009 (2010).
- [57] S. Giddings, PRD 49, pp. 947–957 (1994).
- [58] M. Parikh and F. Wilczek, PRL 85, pp. 5042–5045 (2000).
- [59] V. Frolov, JHEP 2014, 5 (2014).
- [60] H. Haggard and C. Rovelli, PRD 92, 104020 (2015).
- [61] C. Stephens, G. 't Hooft, and B. Whiting, CQG 11, pp. 621–647 (1994).
- [62] V. Hubeny, CQG 32, 12 (2015).
- [63] O. Aharony, S. Gubser, J. Maldacena, H. Ooguri, and Y. Oz, Physics Reports 323, pp. 183-386 (2000).
- [64] K. Hashimoto, S. Kinoshita, and K. Murata, PRD 101, 066018 (2020).
- [65] J. Lindgren, arXiv:1909.00434 [hep-th].
- [66] G. 't Hooft, Nuclear Physics B 335, pp. 138-154 (1990).
- [67] Q. Wang, Z. Zhu, and W. Unruh, PRD 95, 103504 (2017).
- [68] S. Giddings, PRD 85, 044038 (2012).
- [69] S. Giddings, PRD 88, 024018 (2013).

- [70] S. Giddings, PLB 738, pp. 92-96 (2014).
- [71] D. Page, PRL 71, pp. 3743-3746 (1993).
- [72] S. Giddings, PRD 90, 124033 (2014).
- [73] S. Giddings, CQG 33, 235010 (2016).
- [74] S. Liebling, M. Kavic, and M. Lippert, JHEP 1803, 176 (2018).
- [75] S. Hawking, Nature 248, pp. 30-31 (1974).
- [76] R. Thompson and L. Ford, CQG 25, 154006 (2008).
- [77] J. Bardeen, PRL 46, 382 (1981).
- [78] S. Massar, PRD 52, 5857 (1995).
- [79] C. Barrabes, V. Frolov, and R. Parentani, PRD 59, 124010 (1999).
- [80] S. Giddings, Nature Astronomy 1, 0067 (2017).
- [81] S. Giddings, arXiv:1905.08807 [hep-th].
- [82] S. Giddings and D. Psaltis, PRD 97, 084035 (2018).
- [83] D. Psaltis and T. Johannsen, ApJ 745, 1 (2012).
- [84] Chi-kwan Chan, D. Psaltis, and F. Ozel, arXiv:1303.5057 [astro-ph.IM].
- [85] Chi-kwan Chan, D. Psaltis, F. Ozel, R. Narayan, and A. Sadowski, arXiv:1410.3492 [astro-ph.HE].
- [86] A. Broderick, T. Johannsen, A. Loeb, and D. Psaltis, arXiv:1311.5564 [astro-ph.HE].
- [87] K. Glampedakis and S. Babak, CQG 23, pp. 4167-4188 (2006).

- [88] S. Du and Y. Chen, PRL 121, 051105 (2018).
- [89] J. Centrella, J. Baker, B. Kelly, and J. Meter, Rev. Mod. Phys. 82, 3069 (2010).
- [90] A. Buonanno and B. Sathyaprakash, arXiv:1410.7832 [gr-qc].
- [91] A. Buonanno, G. Cook, and F. Pretorius, PRD 75, 124018 (2007).
- [92] M. Sasaki and T. Nakamura, PLA 87, pp. 85-88 (1981).
- [93] Z. Mark, A. Zimmerman, Song Ming Du, and Y. Chen, PRD 96, 084002 (2017).
- [94] V. Cardoso, E. Franzin, A. Maselli, P. Pani, and G. Raposo, PRD 95, 084014 (2017).
- [95] J. Estes, M. Kavic, M. Lippert, and J. Simonetti, ApJ 837, 87 (2017).
- [96] K. Liu, N. Wex, M. Kramer, J. Cordes, T. Lazio, ApJ 747, 1 (2012).
- [97] C.-A. Faucher-Giguere and A. Loeb, MNRAS 415, 4 (2011).
- [98] J. Hartnett and A. Luiten, Rev. Mod. Phys. 83, pp. 1-9 (2011).
- [99] P. Teyssandier and C. Le Poncin-Lafitte, CQG 25, 145020 (2008).
- [100] A. Yosifov and L. Filipov, Universe 5(4), 93 (2019).
- [101] A. Yosifov, A. Iyer, and L. Filipov, arXiv:2004.07960v2 [hep-th].
- [102] A. Iyer, A. Yosifov, and V. Vedral, in preparation.
- [103] M. Christodoulou and C. Rovelli, PRD 91, 064046 (2015).
- [104] P. Bueno, J. Magan, and C. Shahbazi, arXiv:1908.03577 [hep-th].
- [105] M. Raamsdonk, JHEP 11, 038 (2014).
- [106] J. Maldacena and L. Susskind, Fortschritte der Physik, 61 (9), pp. 781-811, (2013).

- [107] J. Couch, S. Eccles, T. Jacobson, and P. Nguyen, JHEP 11, 044 (2018).
- [108] L. Susskind, arXiv:1411.0690 [hep-th].
- [109] J. Maldacena and D. Stanford, PRD 94, 106002 (2016).
- [110] J. Polchinski and V. Rosenhaus, JHEP 04, 001 (2016).
- [111] V. Balasubramanian, M. DeCross, A. Kar, and O. Parrikar, JHEP 01, 134 (2020).
- [112] T. Ali, A. Bhattacharyya, S. Haque, E. Kim, N. Moynihan, and J. Murugan, PRD 101, 026021 (2020).
- [113] A. Brown and L. Susskind, PRD 100, 046020 (2019).
- [114] M. Nielsen, M. Dowling, M. Gu, and A. Doherty, PRA 73, 062323 (2006).
- [115] M. Dowling and M. Nielsen, arXiv:quant-ph/0701004.
- [116] M. Nielsen, arXiv:quant-ph/0502070.
- [117] A. Brown, D. Roberts, L. Susskind, B. Swingle, and Y. Zhao, PRD 93, 086006 (2016).
- [118] H. Casini, M. Huerta, and R. Myers, JHEP 05, 036 (2011).
- [119] S. Lloyd, Nature 406, pp. 1047-1057 (2000).
- [120] R. Nally, JHEP 09, 094 (2019).
- [121] D. Harlow and P. Hayden, JHEP 06, 085 (2013).
- [122] A. Brown and L. Susskind, PRD 97, 086015 (2018).
- [123] A. Brown, D. Roberts, L. Susskind, B. Swingle, and Y. Zhao, PRL 116, 191301 (2016).
- [124] J. Magan, JHEP 09, 043 (2018).

- [125] D. Stanford and L. Susskind, PRD 90, 126007 (2014).
- [126] T. Hartman and J. Maldacena, JHEP 05, 014 (2013).
- [127] I. Kim, E. Tang, and J. Preskill, arXiv:2003.05451 [hep-th].
- [128] Run-Qiu Yang and Keun-Young Kim, JHEP 05 045, (2020).
- [129] M. Miyaji, JHEP 09 002, (2016).
- [130] P. Facchi, R. Kulkarni, V. Manko, G. Marmo, E. Sudarshan, and F. Ventriglia, PLA 374, 4801 (2010).
- [131] J. Maldacena, S. Shenker, and D. Stanford, JHEP 08, 106 (2016).
- [132] O. Bohigas, M. Giannoni, and C. Schmit, PRL 52, 1 (1984).
- [133] J. Emerson, E. Livine, and S. Lloyd, PRA 72, 060302 (2005).
- [134] A. Harrow and R. Low, Comm. Math. Phys. 291, (2009).
- [135] R. Jalabert and H. Pastawski, PRL 86, 2490 (2001).
- [136] D. Harlow, JHEP 2014, 55 (2014).
- [137] L. Susskind, arXiv:1311.7379v2 [hep-th].
- [138] L. Susskind, arXiv:1402.5674v2 [hep-th].
- [139] P. Hayden, D. Leung, and A. Winter, Comm. Math. Phys. 265, 95 (2006).
- [140] M. Christodoulou and C. Rovelli, PRD 91, 064046 (2015).
- [141] Yen Chin Ong, JCAP 04, 003 (2015).
- [142] M. Christodoulou and T. Lorenzo, PRD 94, 104002 (2016).

- [143] I. Bengtsson and E. Jakobsson, *MPL A*, 30 (21), 1550103 (2015).
- [144] A. Brown and L. Susskind, *PRD* 97, 086015 (2018).
- [145] M. Dafermos and J. Luk, arXiv:1710.01722 [gr-qc].
- [146] R. Penrose, *Proceeding of the IAU Symposium* (1974).
- [147] J. Luk and Sung-Jin Oh, *Annals of Math.* 190, 1 (2019).
- [148] M. Dafermos, *Annals of Math.* 158, 3 (2003).
- [149] P. Chesler, arXiv:1905.04613 [gr-qc].
- [150] M. Dafermos, *Comm. Pure Appl. Math.* 58, (2005).
- [151] M. Moortel, *Comm. Math. Phys.* 360, (2018).
- [152] L. Susskind, arXiv:1402.5674 [hep-th].
- [153] L. Susskind, arXiv:1403.5695 [hep-th].
- [154] L. Susskind et al., *PRD* 99, 046016 (2019).
- [155] M. Zhang, *PLB* 790, (2019).
- [156] J. Couch, et al., *JHEP* 11, 44 (2018).
- [157] M. Giammatteo and I. Moss, *CQG* 22, (2005).
- [158] L. Susskind, arXiv:1208.3445 [hep-th].
- [159] B. Carter, *Comm. Math. Phys.* 10, (1968).
- [160] G. Holzegel, *Comm. Math. Phys.* 294, (2010).
- [161] G. Holzegel and J. Smulevici, arXiv:1110.6794 [gr-qc].

- [162] C. Kehle, arXiv:1812.06142 [gr-qc].
- [163] R. Emparan, JHEP 06, 036 (1999).
- [164] J. Barbon and J. Martin, JHEP 11, 181 (2015).
- [165] Yu-Sen An, Rong-Gen Cai, and Y. Peng, PRD 98, 106013 (2018).